

## CAPITULO 2

### ELEMENTOS DE CÁLCULO PLÁSTICO

( Bibliografía: "Cálculo Plástico de las construcciones" Ch. Massonnet y M. Save, "Estabilidad II" E. Fliess.)

El análisis de la determinación de la capacidad portante de componentes estructurales de acero nos lleva a recrear y a tener presentes ciertos conceptos sobre el comportamiento plástico del acero y de los miembros estructurales que constituye. Es por ello, que incluimos un breve resumen de cálculo plástico para fundamentar algunos criterios de dimensionamiento adoptados para los estados límites últimos.

#### 2.1 FLEXION SIMPLE

Imaginemos una viga simplemente apoyada (Figura 2.1), cargada con un fuerza P aplicada en el centro del tramo y para la que establecemos diversos estados límites nominales, últimos y de servicio.

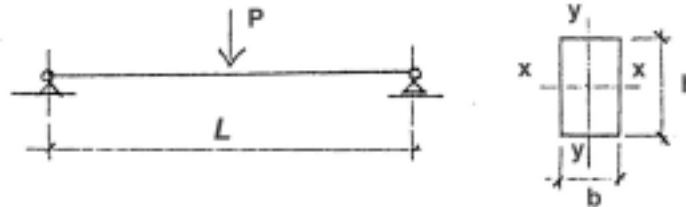


Figura 2.1

Es posible definir un primer estado límite nominal o convencional basado en el concepto de tensión admisible (Figura 2.2):

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq \frac{\sigma_F}{\gamma} = \sigma_{adm}$$

en la cual  $\gamma$  es un factor arbitrario de seguridad. En estas condiciones, la capacidad de momento flexor admisible de la sección estará definida por:

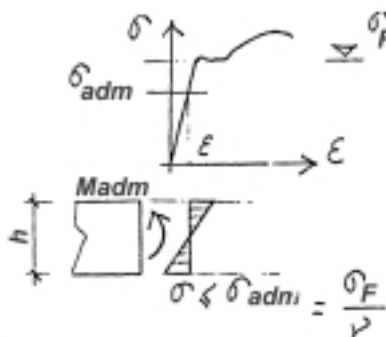


Figura 2.2

$$M_{adm} = \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{\sigma_F}{\gamma} \quad (1)$$

Otro estado límite, definido convencionalmente y válido para el cálculo elástico, es el que resulta cuando la fibra más alejada de la sección alcanza la tensión de fluencia del material (Figura 2.3):

$$M_F = \frac{bh^2}{6} \cdot \sigma_F \quad (2)$$

Suponiendo que no habrá problemas de estabilidad lateral, se puede alcanzar el **estado límite último** determinado por la plastificación total de la sección de la viga.

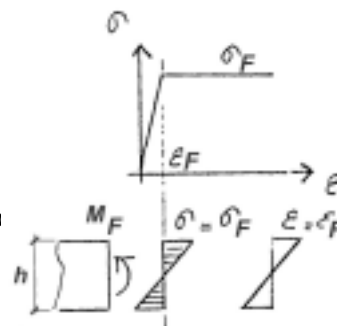


Figura 2.3

Antes de definir la plastificación total de una sección analizaremos la plastificación progresiva de la misma:

#### a) Caso de Penetración Parcial

Imaginemos que se incrementa, en la viga de la Figura 1, la intensidad de la carga  $P$  hasta que la deformación específica en fibras relativamente próximas al eje neutro, alcanzan el valor  $\epsilon_F$  de deformación correspondiente a la fluencia del material:

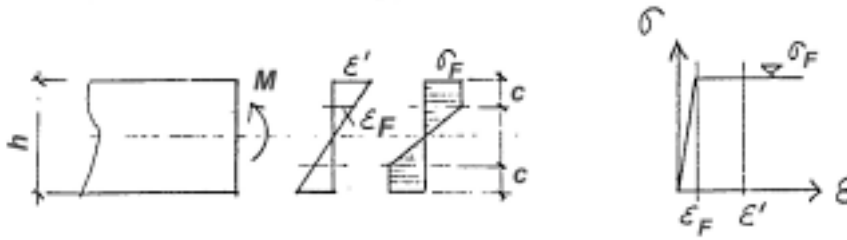


Figura 2.4

Para que se produzca la penetración de la plastificación en la sección (como se ilustra en la figura 2.4), es necesario que el diagrama  $\sigma$ - $\epsilon$  del material presente una clara

y alargada meseta de fluencia. De esta forma las fibras involucradas en el proceso de penetración, alcanzarán también de manera uniforme la tensión de fluencia.

Para establecer las condiciones de equivalencia entre el momento flexor actuante  $M$  y el diagrama de tensiones adoptado (son válidas las hipótesis de la teoría de flexión de las vigas: Ley de Hooke, Hipótesis de Navier Bernoulli, etc.) - con la ayuda de la Figura de análisis 2.5 - planteamos:

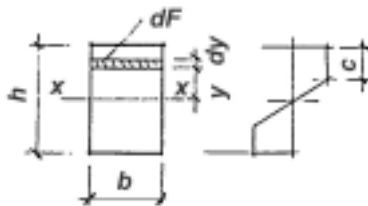


Figura 2.5

$$\int \sigma dF = 0$$

$$\int \sigma y dF = M$$

Resolviendo:

$$M = \frac{bh^2}{6} \cdot \sigma_F \cdot \left[ 1 + \frac{2c}{h} \left( 1 - \frac{c}{h} \right) \right] \quad (3)$$

Indicaremos, para ilustrar el proceso de plastificación que se inicia en la sección de máximo momento, la longitud de viga afectada por la plastificación parcial ( $c = h/4$ ) debida a una carga concentrada  $P$  y a una carga uniformemente repartida  $q$  (ver Figura 2.6).

En la Figura 2.6 se puede observar que la longitud  $x_0$ , afectada por la penetración  $c$ , es mayor en el caso de la carga uniformemente repartida  $q$  que en el caso de la carga concentrada  $P$ . Esto está en relación inversa al gradiente del diagrama de momentos.

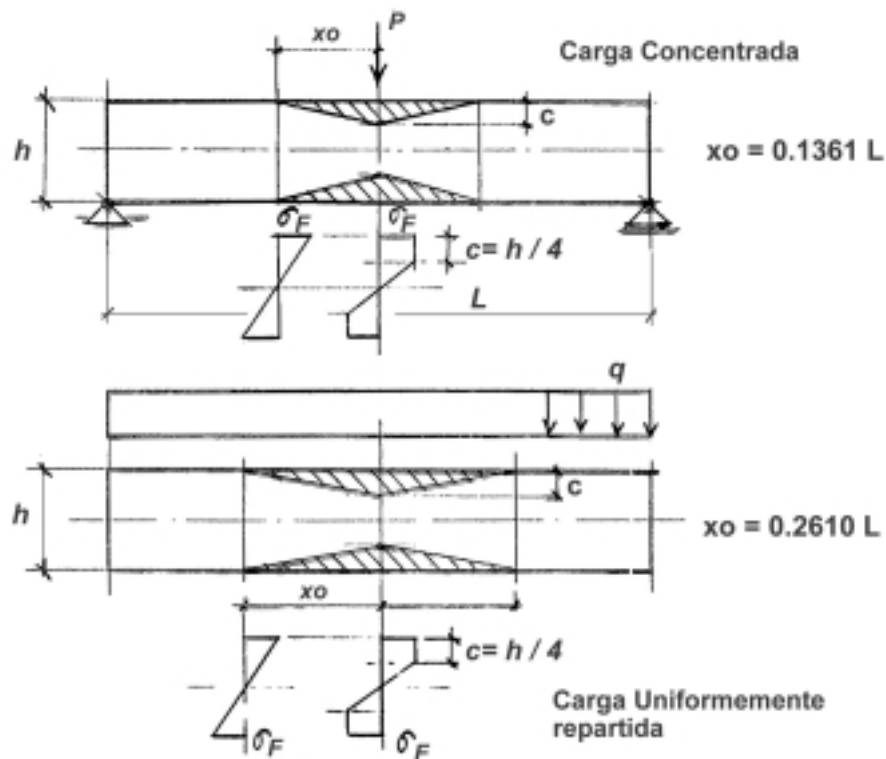


Figura 2.6

## b) Caso de Penetración Total

Si en el caso de la viga de la Figura 2.1 se continua aumentando la intensidad de la carga  $P$  se alcanzará finalmente, la penetración total de la plastificación en la sección. En este caso, para facilitar el análisis de la resistencia de la sección y dentro de límites de precisión razonables, se adopta un diagrama de *plastificación total teórico* como se ilustra en la Figura 2.7.

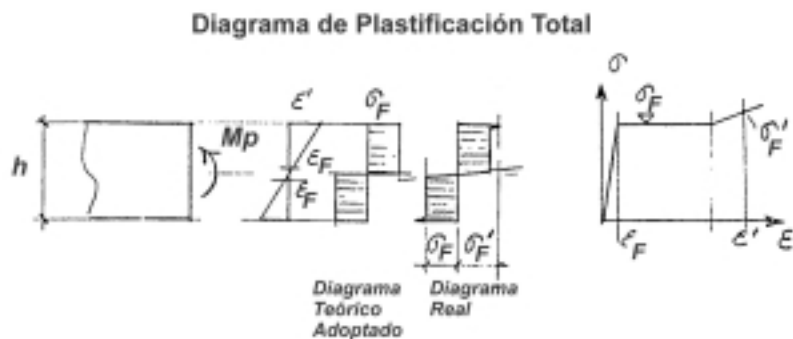
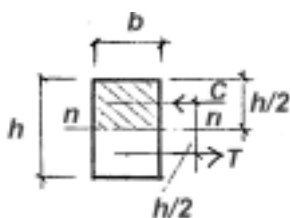


Figura 2.7

Este diagrama corresponde a un material ideal *plasticamente indefinido*. En rigor, las fibras más próximas al eje neutro, nunca podrán sufrir las deformaciones específicas correspondientes a la fluencia  $\epsilon_F$ , dando lugar a un gradiente de tensiones en las inmediaciones del mismo. Por otra parte, de acuerdo al diagrama  $\sigma - \epsilon$ , para grandes deformaciones en fluencia, las fibras extremas más alargadas ( $\epsilon'$ ) sufrirán un proceso de endurecimiento mecánico en frío que es el responsable de los picos de tensión  $\sigma_F$  en los bordes extremos de la sección.



Mediante la figura de análisis siguiente, estableceremos la capacidad portante a flexión de una sección rectangular totalmente plastificada:

El momento interno de plastificación total  $M_P$  de la sección está dado por la intensidad del par de fuerzas  $C$  y  $T$  separadas el brazo  $h/2$ :

$$M_P = \frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot \sigma_F$$

$$M_P = \frac{bh^2}{4} \sigma_F \quad (4)$$

El momento estático  $S_n$  del área rayada de la sección respecto al eje neutro  $n-n$  es:

$$S_n = \frac{bh^2}{8} \therefore M_P = 2S_n\sigma_F$$

$$M_P = Z\sigma_F \quad (5)$$

en la que  $Z$ : es el Módulo Plástico de la sección.

Para la sección rectangular en estudio es:

$$Z = \frac{b \cdot h^2}{4}$$

En las tablas de perfiles, normales, IPE, etc., publicadas en el manual "El Acero en la Construcción" Editorial Reverté, si bien no están indicados explícitamente los módulos plásticos de las secciones, los mismos se puede calcular a partir de la condición deducida de que:  $Z = 2 S_n$ . En dichas tablas se indican los valores de  $S_x$  que es el momento estático de la mitad de la sección respecto del eje principal  $x-x$ . Por lo tanto se puede calcular  $Z_x = 2 S_x$ .

Comparando la (2) con la (5) obtenemos:

$$\frac{M_P}{M_F} = 1.5$$

para la sección rectangular. Para otros tipos de secciones tendremos:

Forma de la Sección	$\frac{M_P}{M_F}$ o $\frac{Z}{W}$
<i>Triángulo</i>	2,37
<i>Rombo</i>	2
<i>Círculo</i>	1,7
<i>Anillo circular</i>	1,4 para $(e/d = 10)$ 1,2 para un espesor $e \rightarrow 0$
<b><i>I</i></b> de alas paralelas	1,14

La longitud afectada por la plastificación total de una sección, de una viga cargada resulta, para los casos de una carga concentrada y una carga uniforme, como se indica en la figura:

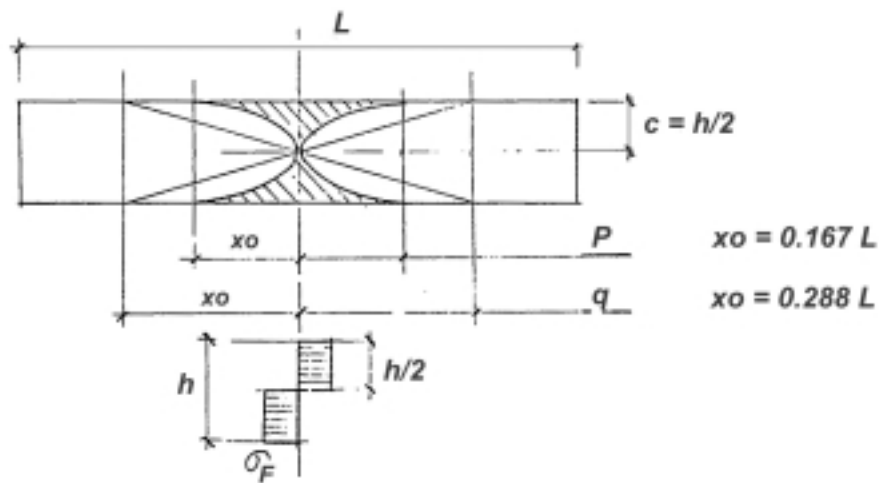


Figura 2.8

### c) Proceso de descarga de tensiones en una sección sujeta a plastificación parcial

Dentro del concepto de tensiones residuales podemos incluir las que surgen a partir del proceso de carga, hasta alcanzar la plastificación parcial de la sección de máximo momento, de una viga y su posterior descarga. En la Figura 2.9 se ilustran las etapas de carga y descarga mediante los diagramas de tensiones que corresponden a cada situación y el diagrama resultante de tensiones residuales:

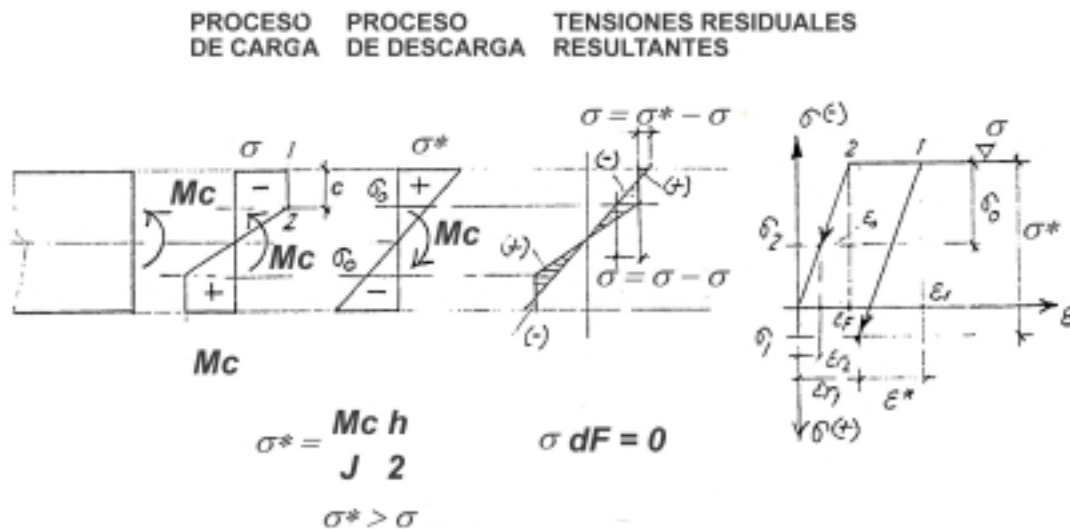


Figura 2.9  
Tensiones Residuales provocadas por un proceso de  
descarga en secciones con penetración parcial.

Consideremos que una sección de la viga está sometida, debido a las cargas, a un momento  $M_c$  tal que:  $M_F < M_c < M_p$ .

Las tensiones correspondientes a las fibras 1 y 2 producidas por  $M_c$  están representadas en el diagrama  $\sigma - \epsilon$  por los puntos 1 y 2 sobre el plafón de fluencia. Si retiramos las cargas, el proceso de descarga de esas fibras seguirán una ley lineal ( $\sigma = \epsilon \cdot E$ ). La "variación" de tensión  $\sigma^*$  debida a  $-M_c$  durante la descarga la calcularemos con la ecuación:

$$\sigma^* = \frac{M_c}{J} \cdot \frac{h}{2}$$

Mediante la superposición del diagrama elastoplástico de tensiones, originado por el proceso de carga y el diagrama elástico ( $\sigma^*$ ) originado durante la descarga, obtenemos el diagrama de tensiones residuales ( $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ ). El diagrama  $\sigma - \varepsilon$  ilustra el proceso de carga y descarga. El diagrama de tensiones residuales da, integrado sobre el área de la sección, un esfuerzo normal nulo. La ecuación de equivalencia de momentos nos conduce a la presencia de momentos internos que flexionan la viga estando descargada (ver Figura 2.10a). El sentido de la flexión depende de los valores relativos de  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ :

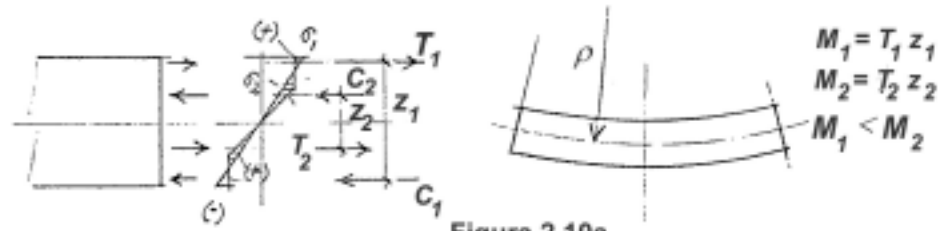


Figura 2.10a  
Curvado global de la barra

Si cortamos la viga en sentido longitudinal mediante un plano que contiene al eje neutro, la parte superior se flexiona y se acorta y la inferior también flexiona en el mismo sentido y se alarga.

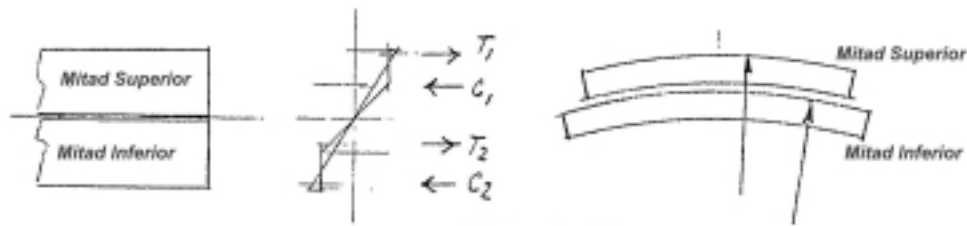


Figura 2.10b  
Curvatura de la viga seccionada a través del plano neutro

Las tensiones residuales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  deben ser tenidas en cuenta en una verificación elástica, pero el momento de plastificación total  $M_p$  que puede alcanzar la sección de una viga **es independiente** de la presencia o no de tensiones residuales.